

## ΘΕΩΡΙΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ

Σεπτέμβριος 2019

**ΠΡΟΣΟΧΗ:** Η διάρκεια των εξετάσεων είναι τρεις ώρες. Όλα τα θέματα είναι ισοδύναμα (2.5 μονάδες το καθένα). Καλή Επιτυχία.

**Θέμα 1 :** Να βρεθεί η βέλτιστη ομοιόμορφη προσέγγιση καθώς και η προσέγγιση ελαχίστων τετραγώνων της συνάρτησης  $f(x) = x^3 - 2x^2$ , ορισμένης στο διάστημα  $[-1, 1]$ , στον  $P_2$ .

**Θέμα 2 :** Να βρεθεί η βέλτιστη ομοιόμορφη προσέγγιση της  $f \in X_5$ , στον  $P_1$ , όπου

$$X_5 = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \quad \text{και} \quad \begin{array}{c|ccccc} x_i & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline f_i & -4 & -4 & 0 & 2 & 4 \end{array},$$

χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο εναλλαγής σημείων ξεκινώντας με  $x_\sigma = \{-1, 0, 1\}$ .

**Θέμα 3 :** Να βρεθεί η προσέγγιση ελαχίστων τετραγώνων της  $f \in X_4$ , στον  $P_2$ , όπου

$$X_4 = \{-2, -1, 1, 2\} \quad \text{και} \quad \begin{array}{c|cccc} x_i & -2 & -1 & 1 & 2 \\ \hline f_i & 0 & -2 & 0 & 4 \end{array},$$

χρησιμοποιώντας ορθογώνια πολυώνυμα στο σύνολο  $X_4$  που παράγονται από την αναδρομική σχέση.

**Θέμα 4 :** Να βρεθεί η κυβική συνάρτηση spline στο  $[-2, 2]$  που προσεγγίζει τη συνάρτηση  $f$  η οποία δίνεται στο σύνολο σημείων

$$X_4 = \{-2, -1, 1, 2\}, \quad \begin{array}{c|cccc} x_i & -2 & -1 & 1 & 2 \\ \hline f_i & 0 & -2 & 0 & 4 \end{array}.$$

και  $f'(-2) = -3, f'(2) = 5$ .

Δίνεται ότι το πολυώνυμο παρεμβολής Hermite στο διάστημα  $[x_j, x_{j+1}]$  είναι

$$s(x) = f_j \left[ \frac{(x-x_{j+1})^2}{(\Delta x_j)^2} + 2 \frac{(x-x_j)(x-x_{j+1})^2}{(\Delta x_j)^3} \right] + f_{j+1} \left[ \frac{(x-x_j)^2}{(\Delta x_j)^2} - 2 \frac{(x-x_{j+1})(x-x_j)^2}{(\Delta x_j)^3} \right] \\ + s'_j \left[ \frac{(x-x_j)(x-x_{j+1})^2}{(\Delta x_j)^2} \right] + s'_{j+1} \left[ \frac{(x-x_{j+1})(x-x_j)^2}{(\Delta x_j)^2} \right].$$